

ロボットの位置推定に関する演習授業の記録

三浦 純

豊橋技術科学大学 情報・知能工学系

Email: jun.miura @ tut.jp

2010 年 8 月 24 日, 26 日, 27 日実施

1 はじめに

豊橋技術科学大学では、愛知県立時習館高等学校 SSH 事業と連携して、地域 SS 豊橋技術科学大学講座を開講している。対象は愛知県および静岡県西部地域の県立高校 1～3 年生である。筆者の研究室（情報・知能工学系 行動知能システム学研究室）では、2010 年度に当講座に参加し、「ロボットの自己位置推定 - 動き回るロボットが自分の位置を知るには？ - 」という題目で演習授業を実施した。本資料はその記録である。

2 本演習授業のねらい

ロボットの実演や報道を目にする機会は多いが、実際にそれらがどのような仕組みで動いているかを知る機会は少ない。移動ロボットにおいては、例えば障害物を避ける軌道の生成など、見た目にもわかりやすい機能に対して、位置推定機能はその必要性、方法などがやや分かりにくい。しかしながら、(1) 位置推定は移動ロボットのもっとも基本的な機能の一つであること、および (2) 位置推定問題は通常多数のデータからのパラメータ推定問題として扱われるため、高校の数学、理科との関連も十分あることから、題材として取り上げた。

本授業では、以下の項目の理解を目標とした。

- ロボットの位置推定手法の分類と原理
- 最小 2 乗法の原理
- ランドマーク地図と最小 2 乗法を用いた位置推定アルゴリズム
- 実験結果から得られる手法の性質と問題点

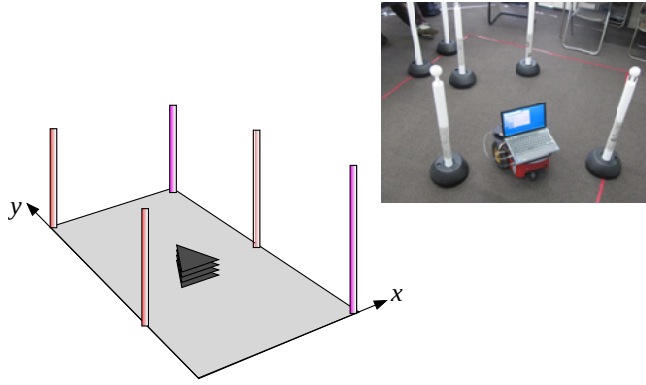
なお、多くの場合参加者は普通高校の生徒であるため、プログラムそのものを理解させることはせず、こちらで用意したプログラムの使用法だけを覚えて実験を行ってもらったこととした。

3 ランドマークに基づく位置推定手法の詳細

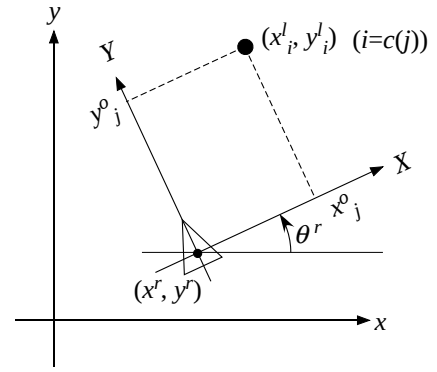
図 1(a) に示すように、ランドマークベースの地図を用いて移動ロボットの位置・姿勢推定を行う。ロボットはレーザ距離センサを持ち、データ中からランドマークを検出し利用する。

3.1 記号の定義

- (x^r, y^r, θ^r) : ロボットの位置・姿勢
- $l_i = (x_i^l, y_i^l)$ ($i = 1 \sim n$): ランドマークの位置
- $o_j = (x_j^o, y_j^o)$ ($j = 1 \sim m$): ロボットが観測したランドマークの位置
- $c(j)$: j 番目の観測されたランドマークが対応する地図上のランドマークのインデックス



(a) ポールをランドマークとする位置推定



(b) 絶対座標, ロボット座標, ランドマーク座標の関係

図 1: 位置推定の方法と座標変換

3.2 最小 2 乗法による位置推定

観測されたランドマーク j と対応する地図上のランドマーク $i = c(j)$ との間には, 誤差がなければ次式が成立する (図 1(b) 参照) .

$$\begin{pmatrix} \cos \theta^r & -\sin \theta^r \\ \sin \theta^r & \cos \theta^r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_j^o \\ y_j^o \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x^r \\ y^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{c(j)}^l \\ y_{c(j)}^l \end{pmatrix} \quad (1)$$

実際には誤差が存在するため, 以下の 2 乗誤差の和 S を考え

$$S = \sum_{j=1}^m \left\{ \left[x_{c(j)}^l - (x_j^o \cos \theta^r - y_j^o \sin \theta^r + x^r) \right]^2 + \left[y_{c(j)}^l - (x_j^o \sin \theta^r + y_j^o \cos \theta^r + y^r) \right]^2 \right\} \quad (2)$$

これを最小化する位置姿勢を求める. S を各変数で偏微分して $= 0$ とおくと

$$\frac{\partial S}{\partial x^r} = 2 \sum_{j=1}^m \left[x^r + x_j^o \cos \theta^r - y_j^o \sin \theta^r - x_{c(j)}^l \right] = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial S}{\partial y^r} = 2 \sum_{j=1}^m \left[y^r + x_j^o \sin \theta^r + y_j^o \cos \theta^r - y_{c(j)}^l \right] = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \theta^r} = 2 \sum_{j=1}^m \left[-x^r x_j^o \sin \theta^r + x_{c(j)}^l x_j^o \sin \theta^r - x^r y_j^o \cos \theta^r + x_{c(j)}^l y_j^o \cos \theta^r + y^r x_j^o \cos \theta^r - y_{c(j)}^l x_j^o \cos \theta^r - y^r y_j^o \sin \theta^r + y_{c(j)}^l y_j^o \sin \theta^r \right] = 0 \quad (5)$$

以上から解は解析的に求まり, 以下のようになる.

$$\theta^r = \tan^{-1} \frac{-m \left[x_{c(j)}^l y_j^o \right] + m \left[y_{c(j)}^l x_j^o \right] + \left[x_{c(j)}^l \right] \left[y_j^o \right] - \left[y_{c(j)}^l \right] \left[x_j^o \right]}{m \left[x_{c(j)}^l x_j^o \right] + m \left[y_{c(j)}^l y_j^o \right] - \left[x_{c(j)}^l \right] \left[x_j^o \right] - \left[y_{c(j)}^l \right] \left[y_j^o \right]} \quad (6)$$

$$x^r = \frac{\left[x_{c(j)}^l \right] - \left[x_j^o \right] \cos \theta^r + \left[y_j^o \right] \sin \theta^r}{m} \quad (7)$$

$$y^r = \frac{\left[y_{c(j)}^l \right] - \left[x_j^o \right] \sin \theta^r - \left[y_j^o \right] \cos \theta^r}{m} \quad (8)$$

ここで, $[\cdot]$ は 1 から m までの総和を表す.

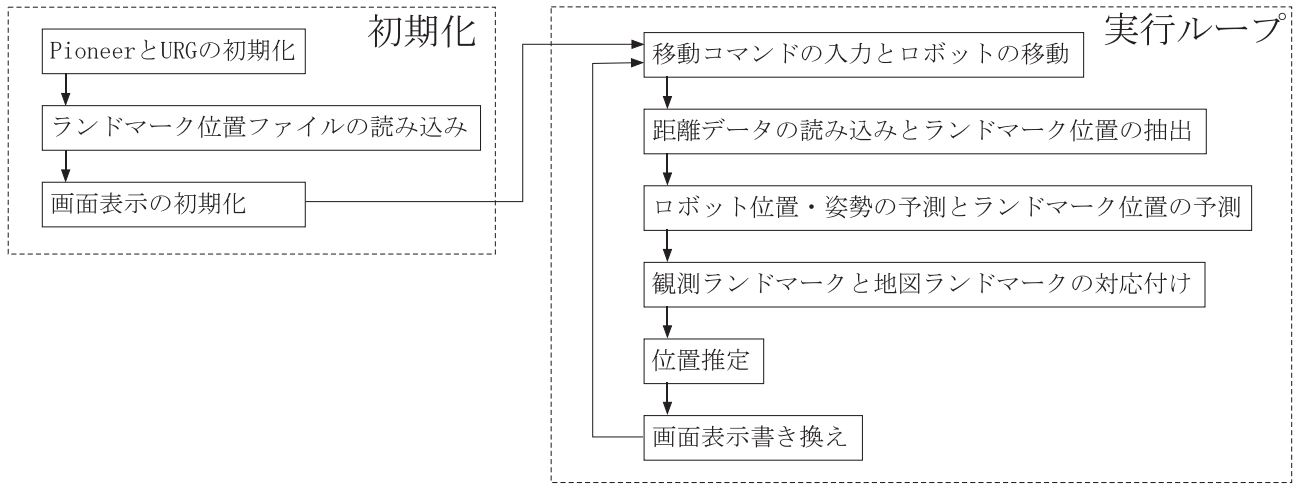


図 2: 処理の流れ

3.3 対応付けの方法

前述の計算が正しく行われるためには，対応付け ($i = c(j)$) が正しくなければならない．式 (1) を用いると，現在のロボットの位置姿勢の予測値と観測されたランドマーク位置から，そのランドマークの地図上の位置が計算できる．そして，その地図上の位置に一番近い地図上のランドマークが対応するものとする．

3.4 ロボット位置の予測

ロボットの移動動作は以下の 2 通りとする．

1. $d[cm]$ 前方へ進む．
2. $\theta, [deg.]$ 回転する．

各移動動作について，移動前の位置姿勢 $(x_{t-1}^r, y_{t-1}^r, \theta_{t-1}^r)$ から移動後の位置姿勢 $(x_t^r, y_t^r, \theta_t^r)$ を以下のように予測する．直進する場合には

$$\begin{pmatrix} x_t^r \\ y_t^r \\ \theta_t^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{t-1}^r \\ y_{t-1}^r \\ \theta_{t-1}^r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -d \sin \theta^r \\ d \cos \theta^r \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

回転する場合には

$$\begin{pmatrix} x_t^r \\ y_t^r \\ \theta_t^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{t-1}^r \\ y_{t-1}^r \\ \theta_{t-1}^r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta^r \end{pmatrix} \quad (10)$$

3.5 処理プログラムの概要

図 2 に処理の流れを示す．図 1(a) に示すように，フィールド上の適当な位置にボールを置き，その座標を設定ファイルに記述する．位置推定プログラムは起動されると設定ファイルを読み込んで地図データ（ボール位置）を生成し，位置推定を開始する．ロボットの移動は Wii コントローラを用いて行い，時々刻々の推定結果を画面に表示する．

4 演習の実施

4.1 スケジュール

本授業は3日間で行われた。表1にスケジュールを示す。1日目の午前と3日目の午後は他のテーマに参加している生徒と一緒にスケジュールであるため、実質的には2日間の演習授業となっている。なお、今回は普通高校から2名(3年生)、工業高校から1名(2年生)の参加であった。

表 1: 演習授業のスケジュール

	午前 (10:00 ~ 12:00)	午後 (13:00 ~ 16:00)
1 日目	大学紹介, オリエンテーション	ロボット位置推定法の講義
2 日目	実験システムの使い方実習	位置推定実験, まとめと考察
3 日目	まとめと発表資料準備	成果発表会

4.2 講義内容の概略

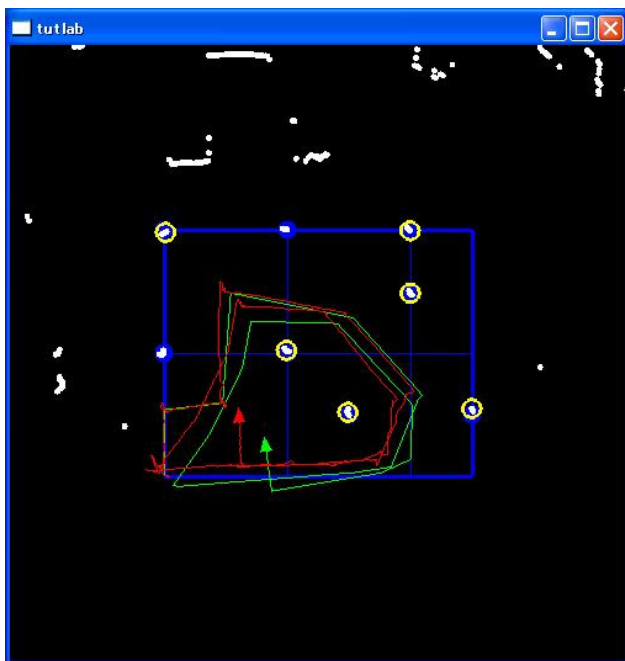
付録 A に示す説明用スライドを用いて、位置推定法の概要、最小 2 乗法とそれを用いた位置推定法等についての説明を行った。以下にその概略を示す。なお、ロボットの使い方などは参照用資料を一部用意しそれを見ながら実験を行ってもらった。

1. まず導入として位置推定法をいくつか説明し、その後実験に使用する、ランドマークを用いた位置推定法について詳述した。ランドマークを利用して位置推定する場合、ランドマークの方向だけがわかる場合、距離だけがわかる場合、その両方がわかる場合について、それぞれどのように距離が計算できるかを説明した。いずれも幾何学の問題として扱えるので、実際に式を立てて計算させて理解を深めさせるようにした。
2. 次に実験で行う位置推定法の実験装置やセンサデータを示しながら、先に学んだ位置推定法を実際に実現するためのプログラムの概略を説明した。センサ情報処理の具体的内容やプログラムそのものについては時間の制約もあり教えていない。
3. 実際の位置推定ではセンサ情報の誤差が問題となる。ここでは、ランドマークの対応付け(地図上のランドマークと実際に検出したランドマークの対応付け)問題はないものとし、計測データの誤差のみを考えることとした。誤差を含む冗長なデータから推定を行う際には通常最小 2 乗法が使われるので、まず 1 次元の位置推定問題を例として、2 乗誤差を最小化することで位置を推定できることを示した。これは 2 次関数の最小化問題であり、高校レベルの数学の範囲である。次に、データ点列への直線当てはめ(理科の実験で行ってきているはずである)を題材に、最小 2 乗法の計算手順を説明した。ここでは偏微分が必要となり、高校数学の範囲を逸脱するが、常微分がわかっていればなんとなくは理解できると考えた。
4. 実際の位置推定では問題を解くためには、座標系の概念、座標変換、三角関数を含む複雑な式の偏微分と連立方程式の解法、というかなり高度な内容が必要となる。ここは丁寧に説明し大まかな流れはつかんでもらえたと思われるが、十分な理解は困難であると思われる。

4.3 実験内容の概略

4.3.1 オドメトリとの比較

実験ではまず、オドメトリ(車輪エンコーダによる自己移動量推定)に基づく位置推定とランドマーク地図を用いた推定の比較結果を確認させた。なお、使用したロボットのオドメトリはかなり精度が高いため、実際のプログラムではエンコーダ情報に誤差を与えている。図 3 は 2 つの推定結果を並べて表示したものである。緑の軌跡



青太枠	実験フィールド
青丸	ランドマーク
白	レーザセンサで計測された対象物
黄丸	検出されたランドマーク
赤線	ランドマークを用いた位置推定によるロボット軌跡
緑線	オドメトリによるロボット軌跡

表示結果

図 3: オドメトリとランドマーク位置推定の比較結果の表示

がオドメトリによるもの、赤の軌跡がランドマーク地図で位置推定を行ったものである。2つのランドマークの周りを2周しているが、オドメトリでは誤差が蓄積しているのに対し、ランドマーク地図を用いた位置推定では正しく推定できていることがわかる。受講者がさまざまな経路を移動させ、位置推定の有効性を確認させた。

4.3.2 ランドマークの配置と推定精度との関係

ランドマークの配置によって位置推定精度は変化する。それを調べるためにはどのような実験を行えばよいか、について受講者に提案を求め、それらについて全員で議論をした。そして、その議論をベースに、具体的な実験方法についてこちらから案を示した。3人の受講者で以下の3つの実験を分担して行った。

1. ランドマークの本数は変えずに位置を変える。
2. ランドマークの本数を変える（位置も結果として変わることになる）。
3. 直線状に移動させながら連続的に位置推定を行うが、ランドマークの位置、本数を変えながら、移動しながらの推定を行う。

データの取り方（プログラムの使い方）はこちらから指示し、実際の環境設定（ランドマークを配置すること）や地図データの入力などは受講者が行った。誤差解析はこちらで Excel を使って行った。

図 4(a) は本数と位置推定精度との比較実験の問題設定と実験結果を受講者がまとめた発表資料の一部である。これは静止しながらの実験であるため、50回の推定結果の分散を計算している。図 4(b) は移動しながらの推定で本数を変化させたものである。1回の走行では移動しながら推定した位置の系列に対し、直線をあてはめてその誤差分散を計算した。いずれも本数が増えたり、位置が近くなると誤差が減少すると予想されるが、後者の実験ではほぼ予想通りとなったものの、前者の実験では全体的な傾向は見えてとれるものの本数が多くなると誤差が大きくなる結果も出ている。

実験結果を受けて、特に予想と異なる結果が出たことについてその原因について議論をした。結果としては、いくつかの可能性（ランドマークを置くときのずれや、ランドマークの検出時の誤差など）をこちらから示し、何が真の原因であるかを確かめるためにはさらなる、より制御された実験が必要であることを説明した。

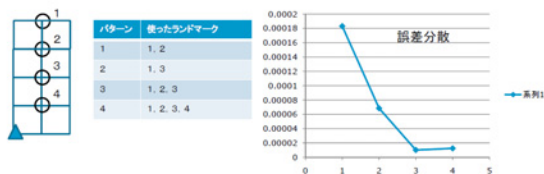


- ランドマークが2本の時よりも、3本の時の方がX座標の誤差と方向θの誤差が大きくなっていた。

5

ランドマークの本数と位置推定精度との関係 (移動しながら)

- 直進しながら位置推定を繰り返し、推定位置の直線性を調べた。
- 直線性は直線あてはめを行ったときの誤差分散で評価



5

(a) ランドマーク本数と位置推定精度 (静止) の関係

(b) ランドマーク位置・本数と位置推定精度 (移動) の関係

図 4: 実験条件と推定位置精度との関係を調べる

4.4 発表資料作成

発表資料の PPT ファイルはこちらからテンプレートを与え、それに埋め込んでいく形をとった。図や表を書くことに慣れていない場合にはある程度の手助けを必要とした。実験に対する考察については基本的に自分で考えてもらうこととし、多少の助言を行った。

5 考察

本演習授業に関する考察を以下にまとめる。

- 本授業はロボットを題材としているが、内容はかなり数学よりであった。位置推定の方法について、最小 2 乗法による直線当てはめまでは理解していたようであるが、実際の位置推定で用いる座標変換や三角関数を含む複雑な式の偏微分は高校の数学の範囲を超えており、少し難しすぎたと考えている。ちなみに、本授業の募集の際には、以下のような内容紹介をしており、受講生もある程度までついてきていたことから、数学的な内容を含むことは理解していたと考えている。

(実習内容紹介) 自分で考え自分で動くロボット (自律ロボット) が身近になってきました。ロボットが自由に動き回るためには、自分の位置を知ること (自己位置推定) が必要です。本講座では、ロボットが、今見ている周りの状況と地図とを照らし合わせて自分の位置を知る方法について学びます。

まず、ロボットのさまざまな位置推定手法について学び、実習で用いる推定手法について、実際に数式を立てて解いてみるなどして、さらに詳しく学びます。次に、実験に使用するロボットとセンサ (レーザー距離センサ) の使い方を実習します。最後に、位置推定手法を実際のデータに適用し、ロボットを動かしながら位置を推定する実験を行い、その結果やこの手法の長短などについて考察します。

講義・実習を通して、ロボットの基本的な機能の一つである自己位置推定手法を体験するとともに、現実の環境で用いるときの難しさについても理解を深めてもらえればと思います。

- 時間が限られていたこともあり、実験ではこちらで用意したプログラムを使ってもらうだけで、位置推定法そのものを考察の対象とすることはできなかった。コアのアルゴリズム部分だけを修正できるようにするなどして、いろいろな方法を試すことができるような題材が考えられれば良いと感じた。

また、データ処理についても分散の概念は(受験でよく使われる)偏差値との関連で説明したものの、実際の計算はこちらで行った。Excelなどのアプリケーションを使ってデータ整理ができることを体験する時間があればよかったと思われる。

- 現実の世界でロボットを動かすとさまざまな要因が複合して不確かさが生じるため、わかりやすい結果が出るとは限らない。非常に限定された実験環境・課題を設定して予想通りの結果を出すことも可能かとは思われるが(そしてそれも大事であるが)、今回はできるだけ現実に近い状況で実験を行ってもらった。その結果、実験の考察自体は難しいものとなったが、以下の受講者の感想にあるように、実際にものを動かすことの大変さがある程度感じてもらったのではないかなと思う。

(感想1)実験では、予想したことと結果が少し違い、なぜ結果が違ったのか考えるのが大変でした。今回、「ロボットの自己位置推定」という実習に参加して、普段の高校生活では体験できないような実験をさせていただいてとても勉強になり、大学での勉強、実習のことを知ることができ、とても良い機会になりました。

(感想2)自己位置を知るだけでもさまざまな要因で誤差が生じてしまい、そのことを考えていくのは難しいことだった。

(感想3)ロボット自己位置推定する際に、あらかじめ障害物の位置を教えて、実際にその場所にあるかどうか知る時、センサーから出たボールに当たる光の量が少ないとボールの存在を認識できないということが驚きでした。ランドマークの数も自己位置推定を正確にする秘訣ということも今回の実験でわかりました。

- 本演習はもともとは高校生の体験実習のテーマとして企画したものであるが、ランドマーク地図を用いた位置推定という題材は距離データ処理、座標変換、状態推定(最小2乗法)、そしてプログラミングと豊富な内容を含んでいるため、工学部専門教育、初級技術者教育用として適した題材と考える。そのような目的のために具体的にどのような展開が可能かについても検討したいと考えている。

謝辞

本報告の実験システム、プログラムは筆者の研究室の大学院学生(金子祐樹君、知久健君)によって作成された。ここに記し感謝の意を表す。

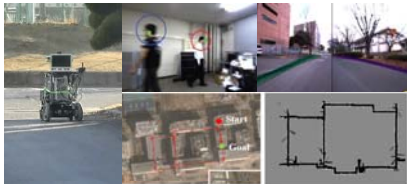
TUTラボ（地域SS豊橋技術科学大学講座）



ロボットの自己位置推定

ー動き回るロボットが自分の位置を知るには？ー

2010年8月24～27日



三浦 純

豊橋技術科学大学 情報・知能工学系

1

自律的に移動するためには？



- 周りの環境を知る（地図を作る，地図をもらう）
- **自分の位置を知る**
- 目的地に移動するための計画を立てる
- 移動する

3

位置とは？



- 地図の上のある地点（技科大学東交差点）
- 座標値（北緯34.70度，東経137.42度）
- ランドマークに対する相対位置（ミニストップ豊橋技科大前店の前）



4

GPSを用いて位置を知る（カーナビ）



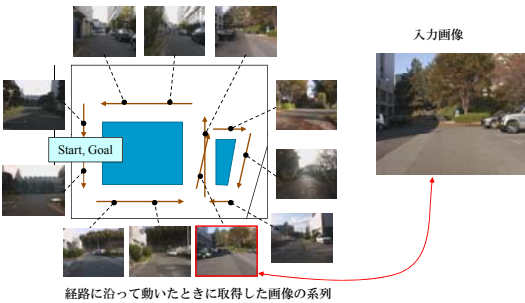
- GPS（Global Positioning System）と電子地図を用いた測位
 - ー 衛星からの電波を解析して，地球表面上の位置を計測
 - ー 電子地図上で位置を与えて，どこにいるかを表示

- 問題点



5

景色を見ながら位置を推定する

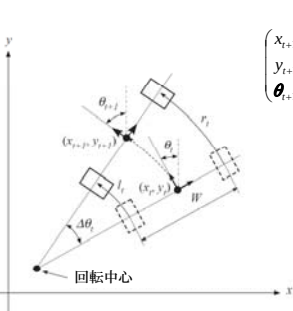


覚えておいた景色と今見ている景色を比較する

車輪の回転数を測って移動量を知る



- 2輪駆動型ロボットで，両車輪の回転数（＝移動量）を測る．
- 初期位置からの移動量を足してゆき現在の位置を知る（デッドレコニングと呼ぶ）．



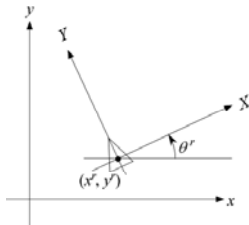
$$\begin{pmatrix} x_{t+1} \\ y_{t+1} \\ \theta_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_t + \frac{W}{2} \cdot \frac{r_t + l_t}{r_t - l_t} \left(\cos \left(\theta_t + \frac{r_t - l_t}{W} \right) - \cos \theta_t \right) \\ y_t + \frac{W}{2} \cdot \frac{r_t + l_t}{r_t - l_t} \left(\sin \left(\theta_t + \frac{r_t - l_t}{W} \right) - \sin \theta_t \right) \\ \theta_t + \frac{r_t - l_t}{W} \end{pmatrix}$$



平面上を移動するロボット



- 位置 (x, y) と姿勢 θ の3つの変数 (3自由度とも言う)

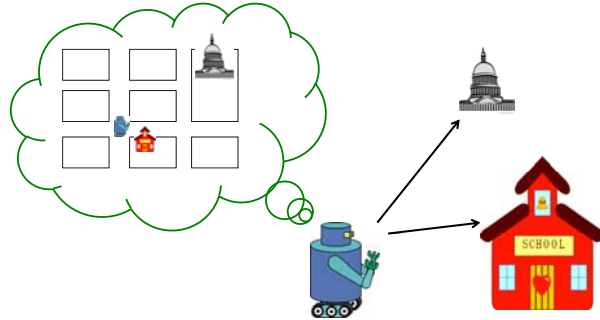


8

ランドマーク地図を用いて位置を知る



- 今いる場所から観測できるランドマーク (目印) と地図に書かれたランドマークを照らし合わせる。

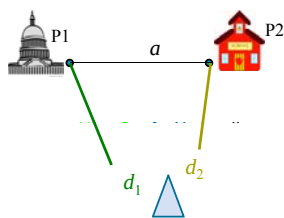


9

ランドマークの距離だけが分かる場合



- 例えば,
 - 電波の発信源があり, その強度から距離が分かる場合
 - 電波の発信時刻と受信時刻の差から距離が分かる場合 (GPS)

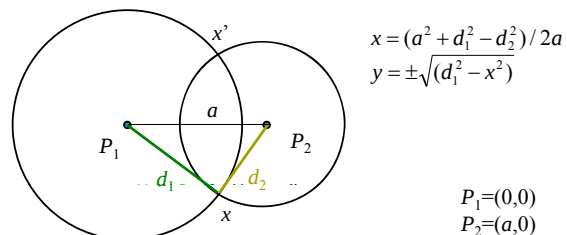


10

ランドマークの距離だけが分かる場合



- 電波の発信源があり, その強度から距離が分かる場合
- 電波の発信時刻と受信時刻の差から距離が分かる場合 (GPS)



$$P_1 = (0, 0)$$

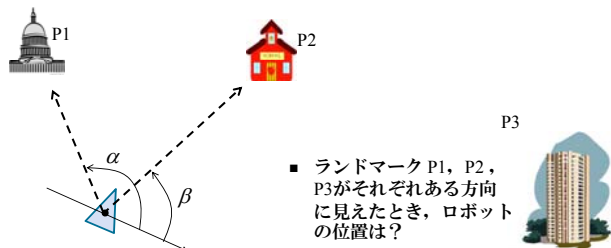
$$P_2 = (a, 0)$$

11

ランドマークの方向だけが分かる場合



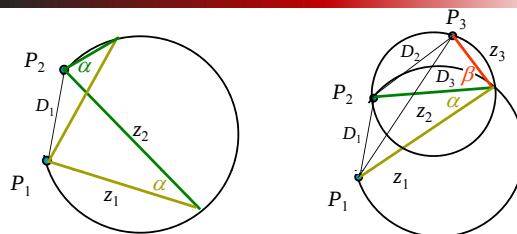
- ランドマーク P1, P2 がそれぞれある方向に見えたとき, ロボットの位置は?



- ランドマーク P1, P2, P3 がそれぞれある方向に見えたとき, ロボットの位置は?

12

ランドマークの方向だけが分かる場合



余弦定理

$$D_1^2 = z_1^2 + z_2^2 - 2 z_1 z_2 \cos \alpha$$

$$D_1^2 = z_1^2 + z_2^2 - 2 z_1 z_2 \cos(\alpha)$$

$$D_2^2 = z_2^2 + z_3^2 - 2 z_1 z_2 \cos(\beta)$$

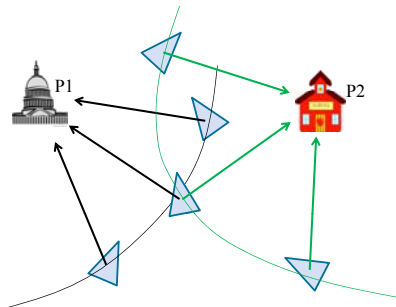
$$D_3^2 = z_1^2 + z_3^2 - 2 z_1 z_2 \cos(\alpha + \beta)$$

13

ランドマークの距離と方向が分かる場合



- 1つのランドマークを観測すると、距離を半径とする円周上に存在
 - 2つ以上のランドマークを観測すると、位置と方向が決まる。

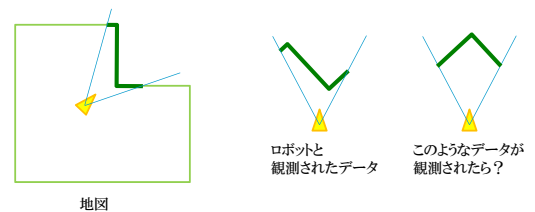


14

形状地図を用いた位置推定



- 観測した空間形状と地図上の形状が合うように、ロボットの位置・方向を決める

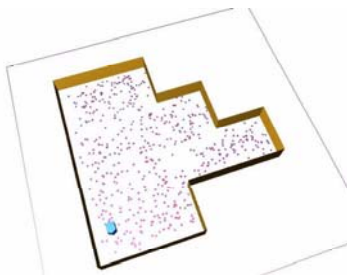


15

形状地図と距離センサを用いて位置を決める



- 問題設定
 - 形状既知の壁を記した地図を用いる
 - ロボットの位置 (x, y) と方向 (θ) を決める
 - ロボットの前方180度の距離分布が得られるセンサを使う
- 位置・方向計算のシミュレーション
 - 粒子一つ一つがロボットのある位置・方向を表す
 - 予想される観測値と実際の観測値との差が小さい (より正しい) 粒子だけを生き残らせる

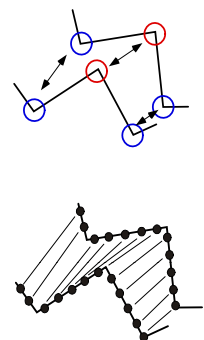


16

観測結果を用いた移動量推定



- 特徴点の対応に基づく方法
 - 特徴点抽出, 対応付けが必要
- 全距離データの対応付けに基づく方法 (スキャンマッチング法)
 - 比較的単純な環境に適用可能



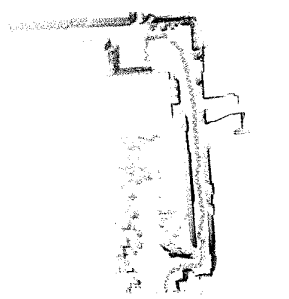
自己移動量推定に基づく位置推定・地図生成



移動しながら得た距離データを絶対座標系に重ね描きしたもの



デッドレコニングによる
移動量推定を利用した地図生成



スキャンマッチングによる
移動量推定を利用した地図生成

相対位置推定と絶対位置推定



- 相対位置推定
 - 出発点を基準とし、毎回の移動量を積算して位置・姿勢を計算
 - 誤差の蓄積は避けられない
- 絶対位置推定
 - 外部の環境情報を利用して位置推定
 - 観測と地図との対応付けが重要

19

位置推定の種類



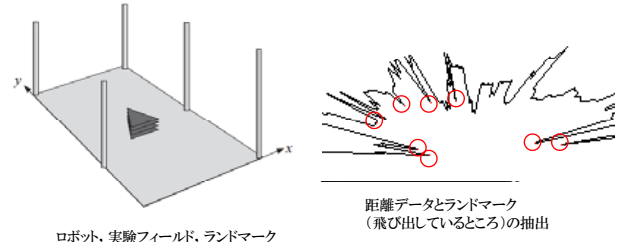
- 位置追跡 (position tracking)
 - およその位置は与えられており、継続的に位置を推定する。
- 大域位置推定 (global positioning)
 - 初期状態でどこにいるか全くわからない、動きながら徐々に位置を絞っていく。
- 誘拐問題 (kidnapping problem)
 - ときどき、ロボットの位置が急にジャンプする (ロボットはジャンプしたことは知らされない)。

20

実験の概要



- 実験フィールドの周囲にボールを立てて、ランドマークとする。
- 距離センサデータ中からボールを検出する。
- 地図と観測のランドマークの対応から位置を計算する。

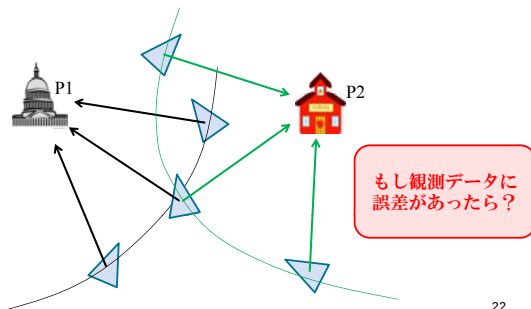


21

ランドマークの距離と方向が分かる場合



- 1つのランドマークを観測すると、距離を半径とする円周上に存在
 - 2つ以上のランドマークを観測すると、位置と方向が決まる。

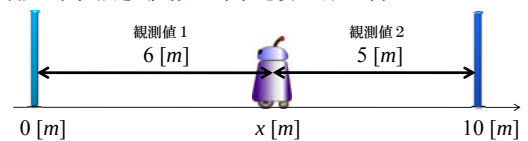


22

誤差のあるデータを用いた位置推定



- 1次元の位置推定 (直線上の位置を決める) の例



- L_1 の位置の予測値は $x-6$, L_2 の位置の予測値は $x+5$
- それぞれのランドマークの真の値を決める。「違い」として距離の
 - 推定したいものを変数に
 - 変数を用いて既知の量の予測値を計算し、予測値と既知の量との差を小さくする
 - 差の2乗の和を最小に → 最小2乗法
- これを最小化する x は

$$S = ((x-6)-0)^2 + ((x+5)-10)^2$$

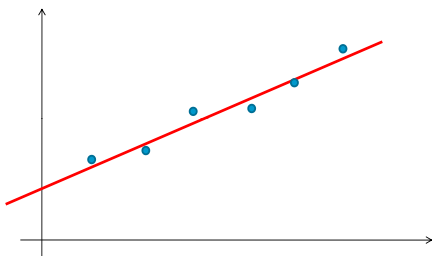
$$S = (x-6)^2 + (x-5)^2 = 2x^2 - 22x + 61 = 2\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$
 より $x=5.5$

24

最小2乗法 (1)



- 点群への直線の当てはめ

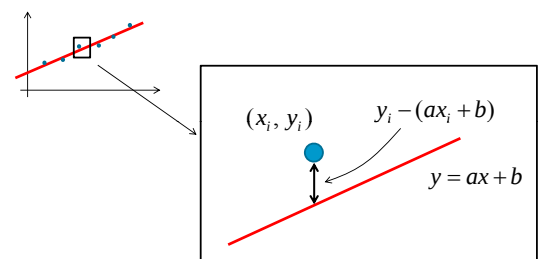


26

最小2乗法 (2)



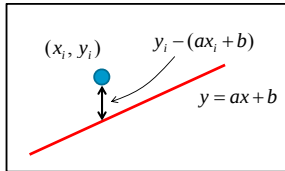
- 点群への直線の当てはめ



27

最小2乗法（3）

- 点群への直線の当てはめ



- 誤差の2乗和 S が最小になるように、 a と b を決める。

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i - (ax_i + b))^2$$

28

最小2乗法（4）

- 点群への直線の当てはめ。

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i - (ax_i + b))^2 \rightarrow \min.$$

- S を a, b の関数とみなし、それぞれについて偏微分して、 $= 0$ とおく

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)x_i = -2 \sum_{i=1}^N (x_i y_i - ax_i^2 - bx_i) = -2([xy] - a[x^2] - b[x]) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b) = -2([y] - a[x] - Nb) = 0$$

(ただし、 $[xy] = \sum_{i=1}^N x_i y_i$ などとおいた)

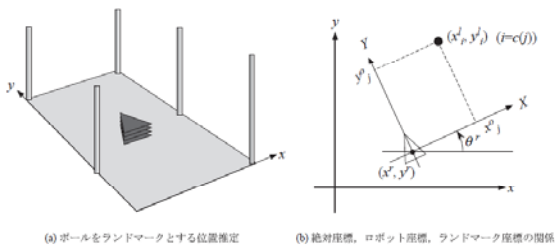
- これより (a, b に関する連立方程式を解いて)

$$a = \frac{N[xy] - [x][y]}{N[x^2] - [x]^2}, \quad b = \frac{[x^2][y] - [xy][x]}{N[x^2] - [x]^2}$$

29

複数のランドマークの距離と方向から、ロボットの位置を推定する（1）

- 最小2乗法で位置と方向を決定

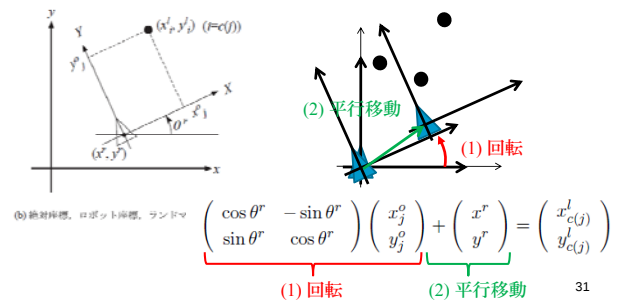


- ロボットの位置・姿勢を変数とし、それを用いてランドマークの位置の予測値を計算する。

30

複数のランドマークの距離と方向から、ロボットの位置を推定する（2）

- ランドマークの位置（絶対座標系）は既知
- ロボットからみたランドマークの位置を、ロボットの位置・姿勢を使って絶対座標系での位置に変換



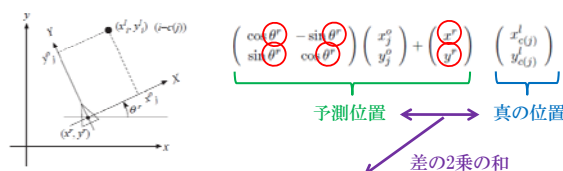
$$\begin{pmatrix} \cos \theta^r & -\sin \theta^r \\ \sin \theta^r & \cos \theta^r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_j^o \\ y_j^o \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x^r \\ y^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{c(j)}^l \\ y_{c(j)}^l \end{pmatrix}$$

(1) 回転 (2) 平行移動

31

複数のランドマークの距離と方向から、ロボットの位置を推定する（3）

- ロボットからみた各ランドマークの位置を、ロボットの位置・姿勢を使って絶対座標系での位置を予測
- m 個のランドマークが観測されたとして、そのうちの j 番目のランドマークに対応する、地図上のランドマークの番号を $i=c(j)$ とする。



$$S = \sum_{j=1}^m \left\{ \left[x_{c(j)}^l - (x_j^o \cos \theta^r - y_j^o \sin \theta^r + x^r) \right]^2 + \left[y_{c(j)}^l - (x_j^o \sin \theta^r + y_j^o \cos \theta^r + y^r) \right]^2 \right\}$$

32

微分

- 以下の微分公式を使う

$$\frac{d f(y)}{d x} = \frac{d f(y)}{d y} \frac{d y}{d x}$$

(例) $f(x) = (ax + b)^2 \Rightarrow y = ax + b$ とすると $f(y) = y^2$

$$\frac{d f(y)}{d x} = 2y \frac{d y}{d x} = 2(ax + b) \cdot a$$

$$\frac{d \cos \theta}{d \theta} = -\sin \theta, \quad \frac{d \sin \theta}{d \theta} = \cos \theta$$

34

複数のランドマークの距離と方向から、 ロボットの位置を推定する（４）



- S を x^r, y^r, θ^r で偏微分して、 $= 0$ とおく。

$$S = \sum_{j=1}^m \left\{ \left[x_{c(j)}^l - (x_j^o \cos \theta^r - y_j^o \sin \theta^r + x^r) \right]^2 + \left[y_{c(j)}^l - (x_j^o \sin \theta^r + y_j^o \cos \theta^r + y^r) \right]^2 \right\}$$

$$\frac{\partial S}{\partial x^r} = 2 \sum_{j=1}^m \left[x^r + x_j^o \cos \theta^r - y_j^o \sin \theta^r - x_{c(j)}^l \right] = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial y^r} = 2 \sum_{j=1}^m \left[y^r + x_j^o \sin \theta^r + y_j^o \cos \theta^r - y_{c(j)}^l \right] = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial \theta^r} = 2 \sum_{j=1}^m \left[-x^r x_j^o \sin \theta^r + x_{c(j)}^l x_j^o \sin \theta^r - x^r y_j^o \cos \theta^r + x_{c(j)}^l y_j^o \cos \theta^r + y^r x_j^o \cos \theta^r - y_{c(j)}^l x_j^o \cos \theta^r - y^r y_j^o \sin \theta^r + y_{c(j)}^l y_j^o \sin \theta^r \right] = 0$$

$$\theta^r = \tan^{-1} \frac{-m \left[x_{c(j)}^l y_j^o \right] + m \left[y_{c(j)}^l x_j^o \right] + \left[x_{c(j)}^l \right] \left[y_j^o \right] - \left[y_{c(j)}^l \right] \left[x_j^o \right]}{m \left[x_{c(j)}^l x_j^o \right] + m \left[y_{c(j)}^l y_j^o \right] - \left[x_{c(j)}^l \right] \left[x_j^o \right] - \left[y_{c(j)}^l \right] \left[y_j^o \right]}$$

$$x^r = \frac{\left[x_{c(j)}^l \right] - \left[x_j^o \right] \cos \theta^r + \left[y_j^o \right] \sin \theta^r}{m}$$

$$y^r = \frac{\left[y_{c(j)}^l \right] - \left[x_j^o \right] \sin \theta^r - \left[y_j^o \right] \cos \theta^r}{m}$$

35

課題



- ランドマークの数と位置推定能力
 - ランドマークの数を変えて位置を計算する。ばらつきは？
- デッドレコニングとの比較
 - デッドレコニングに比べて精度は？
- 観測したランドマークと地図のランドマークの対応付け
 - 対応付けのしきい値を変えたら？
- 大域位置推定を行うには？

36